

Facoltà di Ingegneria

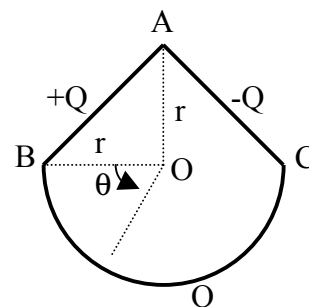
Prova scritta di Fisica II – Compito A

19-7-2002

Esercizio n.1

Nella figura è rappresentato un filo di materiale isolante.

I due tratti rettilinei AB e AC posseggono rispettivamente cariche $+Q$ e $-Q$, uniformemente distribuite su di essi. Il filo a forma di semicirconferenza, di raggio r , possiede densità di carica $\lambda = k\theta$ con $k > 0$.



Calcolare:

- La carica totale posseduta dal filo isolante
- Il potenziale nel punto O (centro della semicirconferenza) generato dalla carica totale del filo isolante
- Il modulo del campo elettrico nel punto O generato dalla carica $+Q$ del filo AB
- Il modulo del campo elettrico nel punto O generato dalle cariche $+Q$ e $-Q$ dei fili rettilinei AB ed AC
- Il lavoro del campo elettrico quando una carica $+q$ viene portata dall'infinito al punto O.
- Il lavoro esterno quando la carica $+q$ viene portata dall'infinito al punto O.

Rispondere quindi alle seguenti domande:

1. La carica totale posseduta dal filo isolante vale

- A. $\frac{kr\pi^2}{2} (*)$
- B. $\frac{kr}{2\pi}$
- C. $\frac{k\pi}{2r}$
- D. $\frac{(kr\pi)^2}{4}$

2. Il potenziale nel punto O dovuto alla carica (totale) del filo vale

- A. $\frac{k\pi}{32\epsilon_0}$
- B. $\frac{k}{8\pi\epsilon_0}$
- C. $\frac{k\pi^2 r}{8\epsilon_0}$
- D. $\frac{k\pi}{8\epsilon_0} (*)$

3. Il modulo del campo elettrico nel punto O generato dalla carica $+Q$ sul tratto di filo AB vale

- A. $\frac{Q}{2\sqrt{2}r^2}$
- B. $\frac{\sqrt{2}Q}{2\pi\epsilon_0 r^2}$
- C. $\frac{Q}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 r^2} (*)$
- D. $\frac{Q}{2\epsilon_0 r^2}$

4. Il modulo del campo elettrico nel punto O generato dalle cariche $+Q$ e $-Q$ dei fili rettilinei AB ed AC risulta

- A. $\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r^2} (*)$
- B. $\frac{Qr^2}{2\pi\epsilon_0}$
- C. $\frac{Q^2}{2\pi\epsilon_0 r}$

D. $\frac{Q}{2\epsilon_0 r^2}$

5. Il lavoro del campo elettrico del filo quando una carica $+q$ viene portata dall'infinito al punto O vale

A. $\frac{k\pi q}{8\epsilon_0}$

B. $-\frac{k\pi q}{8\epsilon_0} (*)$

C. $+\frac{q}{8\pi\epsilon_0}$

D. $-\frac{q}{8\pi\epsilon_0}$

6. Il lavoro esterno necessario per portare la carica $+q$ dall'infinito al punto O è

A. $\frac{k\pi q}{8\epsilon_0} (*)$

B. $-\frac{k\pi q}{8\epsilon_0}$

C. $+\frac{q}{8\pi\epsilon_0}$

D. $-\frac{q}{8\pi\epsilon_0}$

Esercizio n.2

Un condensatore cilindrico isolato ha armature di raggi R_{int} ed R_{ext} ed altezza $d \gg R_{ext}$ (vedi figura). L'armatura interna è caricata con carica $+Q$.

Trascurando l'effetto ai bordi, calcolare:

- la densità superficiale di carica sull'armatura esterna
- la capacità del condensatore
- la ddp tra il punto P ed il punto Q a distanza R_P ed R_Q rispettivamente dall'asse del condensatore (vedi figura)

Una particella di carica $+q$ e massa m viene sparata con velocità v parallelamente all'asse del cilindro; la particella entra nel condensatore sfiorando (senza colpirla) l'armatura interna e ne esce sfiorando (senza colpirla) l'armatura esterna.

Calcolare l'energia cinetica della particella all'uscita dal condensatore.

Calcolare inoltre il lavoro (esterno) necessario per inserire un pezzo di polistirolo (di costante dielettrica relativa k), tagliato in maniera da riempire esattamente lo spazio tra le armature del condensatore (trascurare l'attrito).

Rispondere quindi alle seguenti domande:

7. la densità superficiale di carica sull'armatura esterna ha valore

A. $-\frac{Q}{2\pi R_{ext}}$

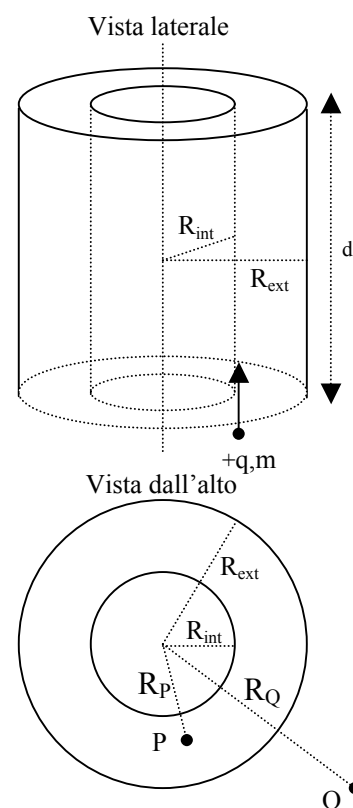
B. $-\frac{Q}{2\pi R_{ext}d} (*)$

C. $-\frac{Q}{\pi R_{ext}^2}$

D. $-\frac{Q}{\pi R_{ext}^2 R_{int}}$

8. la capacità del condensatore vale

A. $\frac{2\pi\epsilon_0 d}{\ln \frac{R_{ext}}{R_{int}}} (*)$



B. $2\pi\epsilon_o d \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}}$

C. $2\pi\epsilon_o d \ln \frac{R_{int}}{R_{ext}}$

D. $\frac{\epsilon_o d}{2\pi \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}}}$

9. la ddp tra il punto P ed il punto Q a distanza R_P ed R_Q rispettivamente dall'asse del condensatore vale

A. $\frac{Q}{2\pi\epsilon_o d} \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}}$

B. $\frac{Q}{2\pi\epsilon_o d} \ln \frac{R_Q}{R_P}$

C. $\frac{Q}{2\pi\epsilon_o d} \ln \frac{R_{ext}}{R_P} (*)$

D. $\frac{Q}{\epsilon_o d} \ln \frac{R_P}{R_Q}$

10. L'energia cinetica della particella all'uscita dal condensatore è

A. $\frac{1}{2}mv^2$

B. $\frac{Qe}{2\pi\epsilon_o d} \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}}$

C. $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{Qe}{2\pi\epsilon_o} \ln \frac{R_{int}}{R_{ext}}$

D. $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{Qe}{2\pi\epsilon_o d} \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}} (*)$

11. il lavoro esterno necessario per inserire un pezzo di polistirolo tra le armature del condensatore (trascurando l'attrito) risulta:

A. $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_o d} \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}} \left(\frac{1-\kappa}{\kappa} \right) (*)$

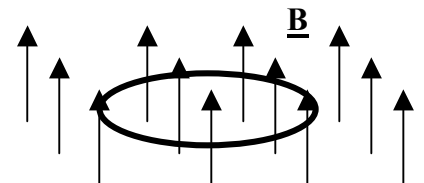
B. $\frac{Q^2}{2\pi\epsilon_o d} \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}} \left(\frac{\kappa-1}{\kappa} \right)$

C. $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_o d} \ln \frac{R_{int}}{R_{ext}}$

D. $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_o d} \left(\frac{\kappa-1}{\kappa} \right)$

Esercizio n.3

Un filo di rame (resistività $\rho=1.69 \cdot 10^{-8} \Omega m$) lungo 50 cm, avente sezione di 1 mm di diametro, è avvolto ad anello (spira circolare). L'anello è immerso in un campo magnetico esterno \vec{B} , uniforme ed ortogonale ad esso (vedi figura). Il modulo del campo aumenta linearmente col tempo $\vec{B} = kt$ con $k = 10 \frac{mT}{s}$.



Determinare

- la resistenza dell'anello
- il modulo della f.e.m. indotta nell'anello
- il verso e l'intensità della corrente indotta nell'anello
- la potenza termica dissipata nell'anello

L'anello viene quindi sostituito con uno delle stesse dimensioni ma isolante e con una carica $Q=10^{-4} C$ uniformemente distribuita su di esso. Quando l'anello isolante di massa 10g viene lasciato libero, si mette a ruotare intorno al suo asse (parallelo al campo).

Calcolare

- il modulo del campo elettrico indotto in un punto qualsiasi dell'anello
- il momento meccanico (rispetto al centro dell'anello) agente sull'anello
- l'accelerazione angolare dell'anello.

Rispondere quindi alle seguenti domande:

- la resistenza totale dell'anello vale
 - $1.076 \cdot 10^{-2} \Omega$ (*)
 - $51.04 \cdot 10^{-2} \Omega$
 - $0.018 \cdot 10^{-2} \Omega$
 - $7.516 \cdot 10^{-1} \Omega$
- la f.e.m. indotta nell'anello ha valore assoluto
 - $1.984 \cdot 10^{-4} V$ (*)
 - $8.014 \cdot 10^{-3} V$
 - $31.98 \cdot 10^{-2} V$
 - $5.109 \cdot 10^{-5} V$
- la corrente indotta nell'anello ha intensità
 - $2.133 \cdot 10^{-1} A$
 - $0.116 \cdot 10^{-4} A$
 - $8.037 \cdot 10^{-3} A$
 - $1.849 \cdot 10^{-2} A$ (*)
- la corrente indotta nell'anello
 - circola in verso orario (*)
 - circola in verso antiorario
 - circola prima in verso antiorario poi in verso orario
 - circola prima in verso orario poi in verso antiorario
- la potenza termica dissipata nell'anello vale
 - $5.21 \cdot 10^{-5} W$
 - $3.68 \cdot 10^{-6} W$ (*)
 - $0.34 \cdot 10^{-4} W$
 - $8.45 \cdot 10^{-3} W$
- il campo elettrico indotto nell'anello ha modulo
 - $9.02 \cdot 10^{-4} \frac{N}{C}$
 - $0.026 \cdot 10^{-4} \frac{N}{C}$
 - $3.98 \cdot 10^{-4} \frac{N}{C}$ (*)
 - $0.831 \cdot 10^{-4} \frac{N}{C}$
- il momento meccanico sull'anello rispetto al centro dell'anello ha modulo
 - $9.95 \cdot 10^{-9} Nm$ (*)
 - $0.26 \cdot 10^{-7} Nm$
 - $3.98 \cdot 10^{-12} Nm$
 - $0.83 \cdot 10^{-8} Nm$
- l'accelerazione angolare dell'anello vale
 - $0.83 \cdot 10^{-3} \frac{1}{s^2}$
 - $9.1 \cdot 10^{-6} \frac{1}{s^2}$
 - $3.8 \cdot 10^{-5} \frac{1}{s^2}$

D. $0.5 \cdot 10^{-4} \frac{1}{s^2} (*)$

Altre domande

20. Il modulo del campo elettrico di un filo rettilineo indefinito (nelle due direzioni) con densità di carica lineare uniforme ($\lambda = \text{costante}$) è inversamente proporzionale alla distanza dal filo
 - A. Vero (*)
 - B. Falso
21. Il campo elettrico al centro di un dipolo elettrico è nullo
 - A. Vero
 - B. Falso (*)
22. Il modulo del campo elettrico di un piano indefinito con densità di carica superficiale uniforme ($\sigma = \text{costante}$) vale σ/ϵ_0
 - A. Vero
 - B. Falso (*)
23. Un campo irrotazionale è un campo conservativo
 - A. Vero (*)
 - B. Falso
24. Un campo solenoidale è un campo la cui divergenza è nulla in ogni punto dello spazio
 - A. Vero (*)
 - B. Falso
25. Il vettore campo elettrico è tangente alle superfici equipotenziali ed è ortogonale alle linee di forza
 - A. Vero
 - B. Falso (*)
26. Il potenziale elettrico è un campo scalare
 - A. Vero (*)
 - B. Falso
27. Un dipolo elettrico genera un potenziale inversamente proporzionale al quadrato della distanza dal dipolo
 - A. Vero (*)
 - B. Falso
28. Una carica elettrica puntiforme genera un potenziale inversamente proporzionale al quadrato della distanza dalla carica
 - A. Vero
 - B. Falso (*)
29. Il campo magnetico all'interno di un solenoide toroidale a sezione rettangolare, percorso da corrente, aumenta linearmente con la distanza dall'asse del toroide
 - A. Vero
 - B. Falso (*)
30. Il coefficiente di mutua induzione M tra due circuiti dipende dalla forma dei circuiti e dalla loro posizione relativa (oltre che dalla permeabilità dei mezzi circostanti) ma non dalle correnti nei due circuiti
 - A. Vero (*)
 - B. Falso
31. Un ago magnetico genera un campo magnetico uniforme
 - A. Vero
 - B. Falso (*)
32. L'integrale di linea del campo magnetico lungo una linea chiusa (circuitazione) è sempre nullo perché non esistono monopoli magnetici
 - A. Vero
 - B. Falso (*)
33. Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa è uguale alla derivata temporale della circuitazione del campo magnetico lungo una linea chiusa sulla superficie
 - A. Vero
 - B. Falso (*)
34. La corrente di spostamento è la corrente che si ottiene quando si sposta un filo carico
 - A. Vero
 - B. Falso (*)

Soluzione

Esercizio n.1

La carica totale posseduta dal filo isolante vale:

$$Q_{tot} = +Q - Q + \int_0^{\pi r} \lambda ds = \frac{kr\pi^2}{2}$$

Data la simmetria del problema, al potenziale nel punto O contribuisce soltanto il tratto di filo a forma di semicirconferenza (il contributo della carica sul tratto di filo AB è uguale ed opposto a quello della carica sul tratto di filo AC):

$$V = V_{AB} + V_{AC} + V_{BC} = \int_0^{\pi r} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r} = \int_0^{\pi} \frac{rk\theta}{4\pi\epsilon_0} \frac{d\theta}{r} = \frac{k\pi}{8\epsilon_0}$$

Il campo elettrico in O generato dalla carica +Q del filo AB è ortogonale al filo AB ed ha modulo

$$E_{AB} = \int_0^E dE = 2 \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}r} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{\sqrt{\frac{1}{2}r^2 + s^2}} \cos \alpha = 2 \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}r} \frac{ds \cos \alpha}{x^2} = \frac{Q}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 r^2}$$

Il campo elettrico in O dovuto alla carica sul filo AB è ortogonale a quello dovuto alla carica -Q del filo AC; il modulo del campo generato dalle cariche sui due tratti di filo rettilineo è quindi

$$E_{AB+AC} = \sqrt{\left(\frac{Q}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 r^2}\right)^2 + \left(\frac{Q}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 r^2}\right)^2} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r^2}$$

Il lavoro fatto dal campo elettrico per portare la carica dall'infinito al punto O vale

$$W_{elet} = qV(\infty) - qV(O) = -\frac{k\pi q}{8\epsilon_0}$$

Esercizio n.2

La densità superficiale di carica sull'armatura esterna vale

$$\sigma = \frac{-Q}{2\pi R_{ext} d}$$

La capacità del condensatore vale $C = \frac{2\pi\epsilon_0 d}{\ln \frac{R_{ext}}{R_{int}}}$.

La ddp tra P e Q è

$$V(P) - V(Q) = \int_P^Q \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_P^{R_{ext}} \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_{R_{ext}}^Q \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{R_p}^{R_{ext}} \frac{Q}{\epsilon_0 2\pi r d} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 d} \ln \frac{R_{ext}}{R_p}$$

La forza esercitata dal campo elettrico del condensatore spinge la particella verso l'esterno. La particella all'interno del condensatore descrive traiettoria parabolica. Per il teorema delle forze vive, l'energia cinetica della particella aumenta di una quantità uguale al lavoro svolto dalla forza esercitata dal campo sulla particella:

$$E_{k,f} - E_{k,i} = W_{elettrico} = e \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{Qe}{2\pi\epsilon_0 d} \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}} \Rightarrow E_{k,f} = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{Qe}{2\pi\epsilon_0 d} \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}}$$

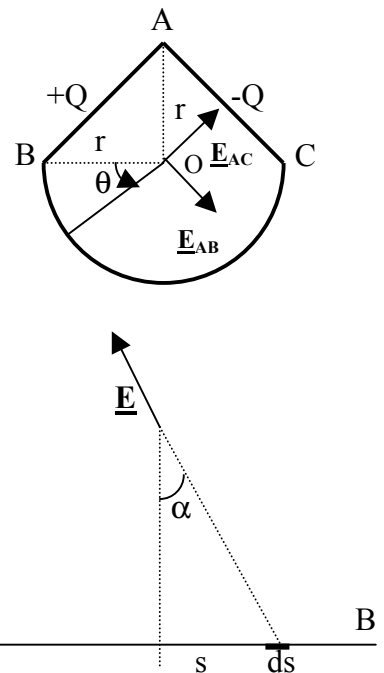
Il lavoro esterno necessario ad inserire il polistirolo nel condensatore è uguale alla variazione dell'energia potenziale elettrostatica del condensatore:

$$W_{ext} = U_f - U_i = \frac{Q^2}{2C_f} - \frac{Q^2}{2C_i} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}} \left(\frac{1}{k} - 1 \right) = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}} \left(\frac{1-\kappa}{\kappa} \right)$$

Il lavoro, come è noto, è negativo.

Esercizio n.3

La resistenza dell'anello vale: $R = \rho \frac{L}{S} = 1.076 \cdot 10^{-2} \Omega$ dove L è la lunghezza del filo di rame ed S l'area della sua sezione. La forza elettromotrice indotta ha modulo



$$\varepsilon_{\text{ind}} = \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{L^2}{4 \cdot \pi} kt \right) = 1.989 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

La corrente indotta circola in senso orario ed ha intensità

$$i_{\text{ind}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{ind}}}{R} = 1.849 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

La potenza termica dissipata nell'anello vale

$$P = \frac{\mathcal{E}_{\text{ind}}^2}{R} = 3.68 \mu\text{W}$$

Utilizzando la 3° equazione di Maxwell (legge di Faraday), si ha

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \left(kt \frac{L^2}{4\pi} \right) \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{kL}{4\pi} = 3.98 \cdot 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{s}} \text{ m} = 3.98 \cdot 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Il segno $-$ indica che le linee di forza di \vec{E} sono orientate in senso orario, che è quindi anche il senso di rotazione dell'anello.

La forza $d\vec{F}$ agente su un elemento infinitesimo di anello è tangente all'anello ed ha modulo

$$dF = dqE = \lambda ds E = \frac{Q}{L} ds \frac{kL}{4\pi} = \frac{Qk}{4\pi} ds$$

Il momento meccanico di dF ha modulo

$$dM = r dF = \frac{L}{2\pi} \frac{Qk}{4\pi} ds \quad (r = \frac{L}{2\pi} \text{ è il raggio dell'anello})$$

Il momento meccanico totale sull'anello (rispetto al centro dell'anello) vale

$$M = \int_0^M dM = \int_0^L r \frac{Qk}{4\pi} ds = \int_0^{2\pi} r^2 \frac{Qk}{4\pi} d\theta = \frac{Qkr^2}{2} = \frac{QkL^2}{8\pi^2} = 9.95 \cdot 10^{-9} \text{ Nm}$$

Dalla 2° equazione cardinale della dinamica si ha

$$I\alpha = M \Rightarrow mr^2 \frac{d\omega}{dt} = \frac{QkL^2}{8\pi^2} \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{Qk}{2m} = 0.5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-2}$$